Abraham Robinson
Un aventurier moderne
Un mathématicien hors norme
Un homme non standard !
Daniel Justens

Abraham Robinson connut une vie d'aventures et de voyages incessants, se révélant comme une transposition moderne du mythe du juif errant. Il naquit en 1918 à Waldenburg (aujourd'hui Wałbrzych), en Basse Silésie, une région située en Allemagne, mais passée depuis sous autorité polonaise. Il connut un premier déménagement en 1925, lorsque la famille s'installa dans la capitale, Breslau. En 1933, lors de l'arrivée au pouvoir d'Hitler, les « Robinsohn », sionistes convaincus, émigrèrent vers la Palestine qui était alors sous mandat britannique. En le jeune Abraham entama (1936) des études mathématiques à l'université hébraïque de Jérusalem dont il sortit brillamment en 1939. C'est pendant cette période que le jeune mathématicien fit partie de la Haganah, l'armée secrète sioniste qui allait devenir en 1948, avec l'Irgoun, l'un des éléments fondateurs de Tsahal, la force de défense actuelle d'Israël. Robinson compléta sa formation en étudiant la physique et la philosophie, se découvrant une admiration particulière pour les anciens Grecs et Leibniz. Son admiration pour ce dernier philosophe et savant éclectique allait influencer ses recherches de manière significative. Fin 1939, il obtint une bourse lui permettant de poursuivre ses études à Paris. Les débuts de la seconde guerre mondiale allaient décider de la suite de son errance, l'invasion nazie le contraignant à gagner Londres. Ce sont ses travaux en aérodynamique qui allaient le rendre indispensable pendant cette terrible période. Il intégra la Royal Air Force dès 1941, travaillant notamment à la reconstitution des célèbres V2 à partir de débris collectés en Suède et en Pologne. Dès la fin de la guerre (1946), il entama une carrière d'enseignant au *College of Aeronautics* de Cranfield (au nord-ouest de Londres), parallèlement à des recherches en logique et en algèbre, aboutissant à sa soutenance de thèse en 1949, une thèse qui fut publiée deux ans plus tard sous le titre : « On the Metamathematics of Algebra ».

C'est alors que lui fut proposé un poste à l'Université de Toronto, en remplacement du physicien polonais Léopold Infeld (1898 - 1968), qui y œuvrait pourtant depuis 1938, mais qui y était harcelé car soupçonné de communisme, et qui préféra retrouver sa Pologne natale. Robinson enseignera à Toronto de 1951 à 1957, nous permettant ainsi de le classer au moins partiellement dans les « mathématiciens canadiens ». Ses premiers travaux en analyse sont couchés sur le papier lors de sa traversée entre Liverpool et Montréal : *On the Foundations of Dimensional Analysis.* C'est pendant son séjour à Toronto que le mathématicien allait poser les bases de ce qui allait devenir *l'analyse non standard*, ou ANS (voir encadré), une théorie mathématique du calcul infinitésimal, qui rendit enfin rigoureux l'usage des infiniment petits et des infiniment grands, ces *quantités idéales* ou *fictions bien fondées* selon les mots de Leibniz (1702). L'activité de Robinson est double : d'une part il enseigne l'aérodynamique, la mécanique des fluides et le calcul différentiel, d'autre part ses recherches personnelles l'orientent plutôt vers la logique. C'est ainsi qu'il prononça en 1952 à l'Institut Poincaré de Paris une conférence (en français) dont le titre est bien éloigné de son domaine d'enseignement : *L'application de la logique formelle aux mathématiques.* Robinson complète les travaux du logicien Tarski, reprenant la plupart de ses idées dans un ouvrage clé qui paraîtra en 1955 : *Théorie métamathématique des idéaux*, bientôt suivi par une étude exhaustive sur la notion de « théorie complète ».

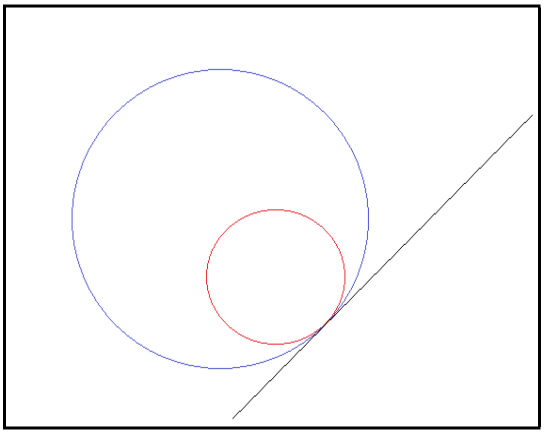
C'est également durant son séjour à Toronto que Robinson s'attacha à la démonstration du 17^{e} problème de Hilbert. On se souvient en effet qu'en 1900, lors du 2^{e} congrès international de mathématique de Paris, Hilbert présenta une liste de 23 questions en suspens à laquelle on donne aujourd'hui le nom de *problèmes de Hilbert*. La question à laquelle s'attaqua Robinson consistait à montrer qu'une fonction rationnelle positive puisse toujours s'écrire sous la forme de la somme de carrés de fonctions rationnelles. Le problème avait déjà été résolu par le mathématicien autrichien Emil Artin (1898 – 1962) en 1927. Robinson en donna quant à lui une démonstration dans le cadre de sa théorie des modèles. On le constate, les préoccupation du mathématicien étaient bien éloignées de ses intitulés de cours! C'est sans doute pourquoi, malgré une nomination en tant que professeur à Toronto, il accepta l'offre qui lui fut faite en 1957 d'occuper la chaire de mathématiques à l'Institut Einstein de l'Université hébraïque de Jérusalem.

Et revoilà notre mathématicien en terre sainte. Il enseigne la logique mais ne dédaigne pas les mathématiques appliquées et poursuit ses travaux en aérodynamique. Mais il a des fourmis dans les jambes. En 1960, il est professeur invité au département de mathématique de Princeton. C'est probablement pendant cette année sabbatique qu'il se consacra au développement ultime de ce qui est vu aujourd'hui comme son œuvre majeure : le développement d'une analyse non standard, par extension de l'ensemble des réels. Ses travaux ultimes furent suivis par la publication en 1961 du livre éponyme. Manifestement, le climat américain séduit Robinson : après un bref retour en Israël, il accepte un poste à l'UCLA (University of California, Los Angeles) prenant pied simultanément dans le département de mathématique et dans celui de philosophie. C'est ainsi qu'on le vit présenter sa vision de « la métaphysique du calcul différentiel » à Londres en 1965.

Et notre explorateur de terres mathématiques inconnues parcourt également le monde : il sera en France, à Paris, en tant que professeur associé à l'Institut Poincaré, puis dès 1967 à l'université de Yale, poursuivant ses recherches en logique. Ce qui ne l'empêche pas de parcourir l'Europe (de la Pologne à l'Italie, en passant par la Norvège) et l'Amérique latine, alternant conférences et cours magistraux. Robinson décédera d'un cancer le 11 avril 1974. Il venait d'être nommé membre de l'Académie Nationale des Sciences.

Encadré : l'analyse non standard ou A.N.S.

L'idée de l'existence de nombres infiniment petits est très ancienne. On la retrouve à l'état implicite chez Euclide (livre III, proposition 16) dans la notion d'angle dit *corniculaire* (selon le mathématicien François Viète, 1540 - 1603), qualifiant l'*angle* compris entre une courbe et sa tangente en un point. L'appellation anglaise « horn angle » fait également appel à l'intuition, la région de plan concernée prenant la forme d'une corne. Euclide avait affirmé qu'*il était impossible de glisser une autre droite entre la tangente et le cercle.* Comment associer dans ce cas une mesure objective à cet angle ? On observe pourtant que plusieurs cercles de diamètres différents admettant même tangente au même point *semblent visiblement présenter des angles corniculaires*



différents ; en effet, sur le dessin ci-contre, l'angle entre le cercle rouge et sa tangente semble « plus grand » que celui entre le cercle bleu et la même tangente.

Ce sont ces quantités, infiniment petites, difficilement discernables de zéro et néanmoins toutes différentes l'une de l'autre que Robinson va ajouter à l'ensemble des réels, complétant également ce dernier en leur ajoutant également les infiniment grands. L'ensemble des hyperréels était né dans lequel Robinson s'emploie à redéfinir les opérations fondamentales, formalisant de manière rigoureuse les techniques efficaces du calcul infinitésimal qui étaient nées aux 17e et 18e siècles sous la plume de Fermat, Pascal et surtout ... Leibniz, avant que le 19e siècle ne tourne le dos aux notions d'infiniment petits et d'infiniment grands en construisant ce que l'on appelle l'analyse standard. C'est le formalisme standard, utilisant la notion de limite, qui est enseigné dans la très grande majorité des écoles et universités aujourd'hui.

L'ensemble des hyperréels, noté *R comprend les nombres réels qualifiés ici de « standards » et les autres, infiniment grands et petits, le tout formant un « sur-corps » de R. La présentation constructiviste de Robinson est assez technique. Certains didacticiens (notamment Valérie Henry et Jacques Bair[1] en Belgique) ont construit une présentation pédagogiquement accessible de l'analyse non standard, montrant que les raisonnements en ANS sont souvent plus simples et surtout plus proches de l'intuition. Ils utilisent entre autre les notions formelles de « microscopes » et de « télescopes ». Ainsi, toute fonction dérivable en un point x, vue dans un microscope virtuel infiniment puissant, se confond-elle dans le « halo », ensemble des points infiniment proches de x, avec la tangente de la fonction en ce point. Un fonction dérivable est vue comme une fonction localement linéaire, ce qui est intuitivement clair. On peut dès lors peut-être regretter que les présentations non standards soient aussi peu courantes dans nos enseignements francophones.

Retenons enfin, pour conclure, l'opinion de Gödel, exprimée clairement dans une lettre à Robinson en décembre 1972, qui tranche clairement en faveur de l'ANS : *Selon moi, l'analyse non standard est appelée à devenir de plus en plus importante dans le développement de l'analyse et de la théorie des nombres (In my opinion Nonstandard Analysis will become increasingly important in the future development of Analysis and Number Theory).*

1 Voir leur excellent ouvrage *: Analyse infinitésimale : le calculus redécouvert,* paru en 2008 aux éditions Academia Bruylant, dans la collection *Pédasup*.